



HAL
open science

Diagnostic de conceptions d'élèves dans Baghera, un environnement informatique pour l'apprentissage humain

Jana Trgalová, Sophie Soury-Lavergne

► **To cite this version:**

Jana Trgalová, Sophie Soury-Lavergne. Diagnostic de conceptions d'élèves dans Baghera, un environnement informatique pour l'apprentissage humain. Jun 2003, Reims, France. edutice-00001356

HAL Id: edutice-00001356

<https://edutice.hal.science/edutice-00001356>

Submitted on 12 Jan 2006

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Diagnostic de conceptions d'élèves dans Baghera, un environnement informatique pour l'apprentissage humain

Jana Trgalová, Sophie Soury-Lavergne
Laboratoire Leibniz - IMAG, Grenoble

1. Le projet BAP "Baghera Assessment Project"

Le projet BAP (projet européen du programme Information Society Technologies (Soury-Lavergne 2003)) est un projet de conception d'environnements informatiques pour l'apprentissage humain basé sur les trois principes fondamentaux suivants.

- L'apprentissage est un processus qui résulte d'une interaction entre des agents connaissants (Balacheff 2000). Ces agents peuvent être humains (élève, enseignant) ou artificiels (entités informatiques spécialisées). Ainsi, la plate-forme Baghera qui a été développée au Laboratoire Leibniz est conçue comme un système multi-agents (Pesty & al. 2001), qui permet à des élèves, des enseignants et des agents artificiels de collaborer à distance sur Internet pour résoudre des problèmes et produire des preuves en mathématiques.
- La connaissance humaine est constituée d'une multiplicité de conceptions localement valides (Balacheff 2001). Chaque conception existe si elle est opérationnelle dans un certain domaine (domaine de validité de la conception) c'est-à-dire qu'elle permet de résoudre un ensemble de problèmes.
- Il n'existe pas une unique stratégie didactique efficace pour faire évoluer les connaissances de l'élève, mais un ensemble de stratégies localement utilisables en fonction des connaissances dont l'apprentissage est visé et des conceptions disponibles chez l'apprenant. Ainsi, la question du diagnostic des conceptions d'un élève est-elle centrale pour le projet BAP.

Dans cette communication, nous présentons, à partir d'un problème et d'un exemple de copie d'élève, le modèle des conceptions développé dans notre laboratoire (section 3) et les différents processus d'analyse du travail de l'élève qu'il permet. Nous exposons d'une part l'analyse didactique « humaine » de la preuve de l'élève et le diagnostic « informatique » de conceptions fondé sur ce modèle (section 4). Nous présentons d'autre part la vérification automatique de la preuve réalisée par le démonstrateur HOARD-ATINF dans la plate-forme Baghera, ainsi que les principes sur lesquels repose cette analyse (section 5). Nous montrons également comment les résultats de ces analyses et les types d'information qu'elles permettent d'obtenir sur l'état de connaissances de l'élève servent de fondements pour le développement de la plate-forme Baghera, en particulier lors des prises de décisions didactiques.

2. La plate-forme Baghera

La plate-forme Baghera constitue un environnement pour l'apprentissage de la preuve en géométrie, dans le contexte de la symétrie axiale (voir l'architecture générale du système sur la Figure 1). Elle est conçue pour deux types d'utilisateurs : élève et enseignant. Un élève interagit avec trois agents artificiels - Compagnon, Médiateur et Tuteur - et un enseignant interagit avec deux agents artificiels - Compagnon et Assistant. Le rôle de chacun de ces agents est décrit dans (Bergia 2000).

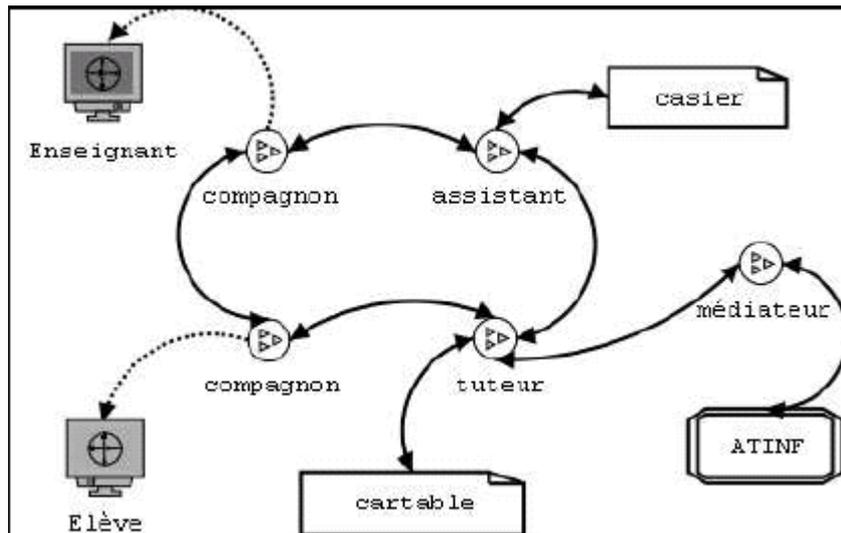


Figure 1. Architecture générale de Baghera pour deux utilisateurs, un élève et un enseignant, connectés (Webber 2003).

L'élève est mis en situation de résolution de problème et de production de preuve (voir l'interface « élève » de Baghera sur la Figure 2).

Bouton de demande de vérification automatique de la preuve

Preuve produite par l'élève

Messages échangés entre l'élève et les agents

Énoncé du problème

Figure géométrique dynamique

Agents humains et artificiels en interaction avec l'élève

Figure 2. Interface « élève » de Baghera.

L'élève rédige sa preuve dans la fenêtre de gauche, soit librement, soit en utilisant les outils de rédaction disponibles dans la barre d'outils verticalement à gauche (pour désigner les objets géométriques et quelques propriétés simples) ou dans la boîte à théorèmes et propriétés. A la demande de l'élève, sa preuve peut ensuite être analysée automatiquement de deux points de vue : un diagnostic des conceptions de l'élève sur la symétrie orthogonale et une vérification de la validité et de la cohérence logique de la preuve (cette seconde analyse n'est actuellement qu'en partie implémentée). La vérification automatique de la preuve est assurée par le logiciel HOARD-ATINF (Peltier 2002) développé au Laboratoire Leibniz dans

le cadre de ce projet. Pour le diagnostic des conceptions, l'approche qui a été implémentée dans Baghera est celle d'un diagnostic émergent, c'est-à-dire que le diagnostic résulte de l'activité interactive des agents du système (Webber & Pesty 2002).

3. Cadre théorique : le modèle cK ϕ et la symétrie orthogonale

Le développement de la plate-forme Baghera s'appuie sur le modèle des conceptions, dit cK ϕ (Balacheff 2001), pour la représentation des connaissances de l'élève. Ce modèle a été instancié dans Baghera sur le thème de la symétrie orthogonale à partir des conceptions d'élèves déjà identifiées dans la littérature.

Le modèle cK ϕ propose une formalisation des connaissances de l'élève à travers les notions de conception, connaissance et concept. Il « *a pour objectif de donner un point d'appui pour une coopération entre informaticiens et didacticiens en vue de la conception d'EIAH* » (Balacheff 2001).

Une *conception* C est un quadruplet (P, R, L, Σ) dans lequel :

- P est un ensemble de problèmes qui permet la description de la sphère de pratique dans laquelle la conception est opératoire ;
- R est un ensemble d'opérateurs qui transforment un problème en un nouveau problème et qui permettent donc la résolution des problèmes de P ;
- L est un système de représentation qui permet d'exprimer les éléments de P et de R ;
- Σ est une structure de contrôle qui assure la non-contradiction de la conception.

Dans ce modèle, une conception est perçue comme un état d'équilibre du système sujet – milieu : « *le système de représentation doit permettre d'exprimer et de mettre en œuvre les opérateurs tant du point de vue du sujet émetteur-actif que du milieu récepteur-réactif, les structures de contrôle doivent tout autant modéliser les moyens du sujet-acteur que la capacité du milieu-réacteur à retourner des feedbacks intelligibles* » (ibid.).

De nombreux travaux de recherche en didactique des mathématiques ont porté sur l'étude des conceptions des élèves sur la symétrie orthogonale (Grenier 1988, Tahri 1993). Les quatre conceptions prototypes suivantes ont été identifiées et décrites :

- Conception “symétrie orthogonale” : c'est une conception correcte qui tient compte des deux propriétés de la symétrie orthogonale, à savoir le segment dont les extrémités sont un point du plan et son symétrique est perpendiculaire à l'axe de symétrie et un point et son symétrique se situent à la même distance de l'axe (Figure 3).
- Conception “parallélisme” : cette conception suppose qu'un segment et son image sont parallèles et de même longueur. Par conséquent, un point du plan et son symétrique ne sont pas nécessairement équidistants par rapport à l'axe de symétrie (Figure 4).
- Conception “symétrie centrale” : le symétrique d'une figure est obtenu par la symétrie centrale. Un ou plusieurs points de l'axe sont considérés comme centres de symétrie. Par conséquent, le segment dont les extrémités sont un point et son symétrique, n'est pas nécessairement perpendiculaire à l'axe (Figure 5).
- Conception “symétrie oblique” : cette conception consiste à choisir une direction (souvent horizontale ou verticale) qui porte le segment joignant un point du plan et son symétrique. Les distances le long de cette direction du point à l'axe et du symétrique de ce point à l'axe sont égales (Figure 6).

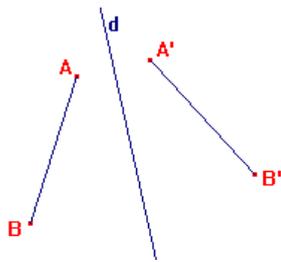


Figure 3.
Conception
« symétrie orthogonale »

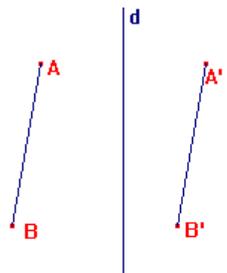


Figure 4.
Conception
« parallélisme »

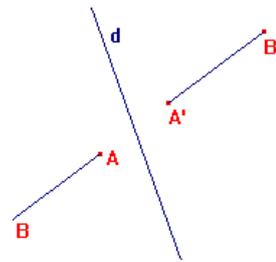


Figure 5.
Conception
« symétrie centrale »

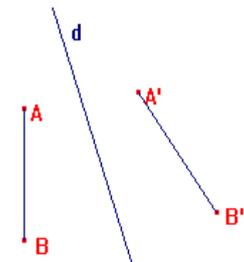


Figure 6.
Conception
« symétrie oblique »

Nous avons développé ces quatre conceptions à l'aide du modèle cK ϕ en décrivant de façon extensive les opérateurs et les contrôles relevant de chaque conception et en les implémentant dans Baghera (pour une description plus détaillée, voir (Webber et Pesty 2002)).

4. Le diagnostic, humain et informatique, des conceptions

Dans cette section nous montrons comment la description des conceptions en terme d'opérateurs, de contrôles et de problèmes permet un diagnostic des conceptions de l'élève à travers l'analyse de sa preuve. Nous illustrons notre propos à partir d'une production (en papier – crayon) d'élève pour un problème donné (cf. Figure 7).

Soit un triangle équilatéral ABC . Le point A' est symétrique du point A par rapport à la droite d . L est le milieu du segment $[AB]$, M est le milieu du segment $[BC]$ et N est le milieu du segment $[AC]$. P est l'intersection de la droite (LM) avec la droite (CA') et O est l'intersection de la droite (NM) et de la droite (BA') . Quel est le symétrique du segment $[NM]$ par rapport à la droite d ? Quelle preuve pouvez-vous en donner ?

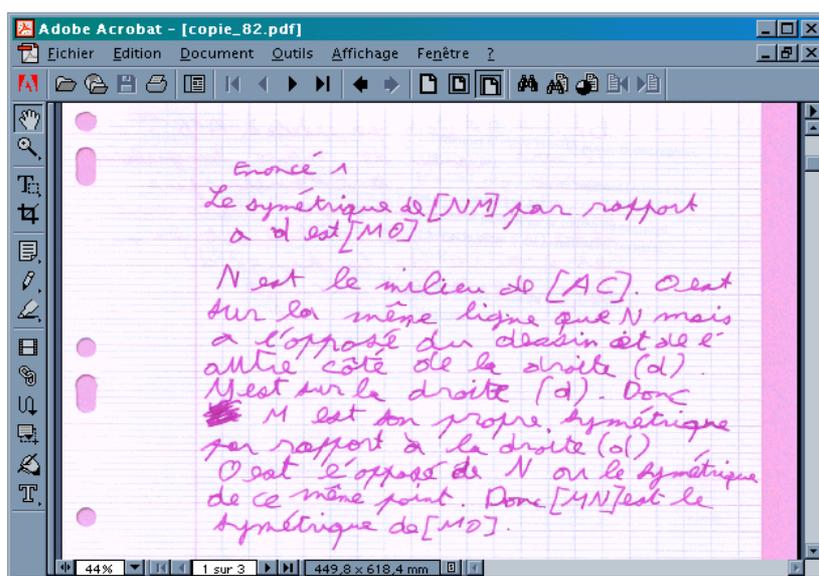
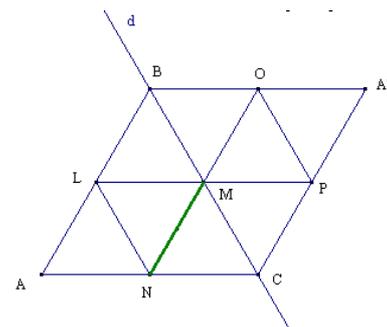


Figure 7. Copie d'élève

4.1. Diagnostic humain

Cette copie est directement analysable par l'expert humain. Le diagnostic unanime de trois équipes d'experts européens indépendants est celui d'une conception "symétrie centrale". Il a été obtenu en considérant : (i) la réponse "segment [MO]" qui correspond à l'image du segment [MN] par une symétrie centrale de centre M, (ii) l'alignement de O et N, sous entendu avec M, invoquant une procédure de prolongement et enfin (iii) la prise en compte de l'invariance de M.

4.2. Diagnostic informatique

4.2.1. Traitement de la copie d'élève

Pour pouvoir faire analyser la même copie par Baghera, une première étape consiste à transcrire le texte de l'élève à l'interface de la machine en respectant les contraintes d'expression du système¹. Il s'agit, dans un premier temps, d'identifier et séparer les différents énoncés utilisés par l'élève, de les organiser en pas de démonstration successifs ayant au moins une hypothèse et une conclusion et d'utiliser la syntaxe et le vocabulaire de la machine.

Ainsi, dans la copie précédente huit énoncés ont d'abord été identifiés en se basant sur une analyse grammaticale du texte de l'élève ainsi que sur le repérage de la ponctuation et des paragraphes.

- (1) Le symétrique de [NM] par rapport à d est [MO].
- (2) N est le milieu de [AC].
- (3) O est sur la même ligne que N
- (4) à l'opposé du dessin et de l'autre côté de la droite (d).
- (5) M est sur la droite (d).
- (6) M est son propre symétrique par rapport à la droite (d).
- (7) O est l'opposé de N ou le symétrique de ce même point.
- (8) [NM] est le symétrique de [MO].

Cette liste d'énoncés a été ensuite organisée en pas de démonstration. Il faut d'abord interpréter mathématiquement les formulations qui sont parfois ambiguës ou en partie implicites. Par exemple : l'axe de symétrie souvent omis par l'élève est rajouté (dans l'énoncé (7)), le mot "ligne" utilisé dans l'énoncé (3) est remplacé par le mot "droite". Cependant, certaines formulations initiales sont conservées, comme dans l'énoncé (4). Ces énoncés "nettoyés" sont ensuite réorganisés en pas de démonstration en identifiant leur statut (hypothèse, conclusion, règle d'inférence) à l'aide des connecteurs utilisés par l'élève. Enfin, certains énoncés implicites sont rajoutés, par exemple quand une conclusion est réutilisée en hypothèse dans un pas de démonstration suivant. Dans notre exemple, trois pas de preuve ont été reconstruits :

Pas	Hypothèses	Règle d'inférence	Conclusion
1	(2) N milieu [AC] (3) O est sur la même droite que N (4) O à l'opposé du dessin et de l'autre côté de d		(7) $O = \text{Sym}(N, d)$
2	(5) $M \in d$		(6) $M = \text{Sym}(M, d)$
3	(7) $O = \text{Sym}(N, d)$ (6) $M = \text{Sym}(M, d)$		(8) $[NM] = \text{Sym}([MO], d)$

Tableau 1. Preuve de l'élève reconstruite en pas de démonstration.
Les énoncés (6) et (7) en italique ont été rajoutés par le transcripteur.

¹ Ce travail a été réalisé "à la main" par des chercheurs participant au projet BAP.

Entre le texte de preuve écrit par l'élève et l'organisation des énoncés transcrite dans le Tableau 1, deux modifications essentielles sont à noter. D'une part, l'énoncé (1) a été supprimé. Il s'agit d'un énoncé identique à l'énoncé (8), qui n'est ni une hypothèse ni une conclusion du premier pas de démonstration mais la réponse au problème. D'autre part, le premier et le deuxième pas de démonstration étaient emboîtés car la conclusion du premier pas de démonstration, énoncé (7), n'apparaît qu'après le deuxième pas. Pour Baghera, il est nécessaire que chaque pas de démonstration soit indépendant et contienne une conclusion et au moins une hypothèse. L'énoncé (7) est donc réécrit juste derrière l'énoncé (4).

Il est aussi intéressant de constater qu'aucune règle d'inférence n'a été explicitée par l'élève. Il n'est cependant pas nécessaire de le faire pour Baghera.

Finalement, le texte suivant est saisi à l'interface de Baghera :

"Comme le point [N] est le milieu du segment [A,C],
le point [O] est sur la même droite que le point [N]
et le point [O] à l'opposé du dessin et de l'autre côté de la droite (d)
alors le point [O] est le symétrique du point [N] par rapport à la droite (d)

Comme le point [M] appartient à la droite (d),
[M] est le symétrique de [M] par rapport à la droite (d).

Comme le point [O] est le symétrique du point [N] par rapport à la droite (d)
et le point [M] est le symétrique du point [M] par rapport à la droite (d),
alors le segment [N,M] est le symétrique du segment [M,O] par rapport à la droite (d)."

4.2.2. Diagnostic automatique

A partir de ce texte, Baghera identifie les opérateurs et les contrôles utilisés par l'élève. Chaque opérateur et chaque contrôle est représenté par un agent qui, après avoir été identifié dans le texte, devient actif. Les agents actifs se regroupent en coalitions suivant les différentes conceptions auxquelles ils se rapportent². Dans cette copie, 4 opérateurs et 5 contrôles ont été identifiés. Parmi ceux-ci, les opérateurs 71, 72 et les contrôles 122, 123 et 129 ont produit une coalition sur la conception symétrie centrale :

Opérateur 71 = [Si intersection([AB],d)=M alors A=opposé de B par rapport à la droite d]

Opérateur 72 = [Si O=opposé de (N) par rapport à la droite d alors O=Sym_d(N)]

Contrôle 122 = [Le symétrique d'un point est de "l'autre coté" de la figure]

Contrôle 123 = [Le symétrique d'un point est sur une droite passant par ce point]

Contrôle 129 = [Le symétrique d'un segment appartient à la droite passant par ce segment]

Le diagnostic automatique aboutit donc également à la conception "symétrie centrale", ce qui est cohérent avec les experts humains. C'est le cas sur cette copie comme sur la plupart des copies utilisées pour évaluer le système. Les quelques copies d'élèves où des divergences ont été constatées sont en fait des copies problématiques avec un diagnostic indéterminé même pour les experts humains (pour plus de détails, voir (Soury-Lavergne 2003)).

² L'algorithme de formation de coalitions est basé sur la théorie d'émergence. Pour plus de détails, voir (Webber 2003).

4.2.3. Conclusion sur le diagnostic des conceptions

Le fonctionnement du diagnostic de conceptions dans Baghera est fondé sur l'identification dans le travail de l'élève des opérateurs et contrôles utilisés et l'émergence d'une coalition formée par des opérateurs et contrôles se rapportant à la conception diagnostiquée. L'intérêt d'un tel système est de pouvoir prendre en compte des textes d'élèves assez libres et qui ne sont pas forcément valides d'un point de vue mathématique. Ce point est crucial puisque cela est le cas de nombreuses productions d'élèves au cours de l'apprentissage. Le travail de transcription des copies authentiques d'élèves en texte Baghera nous a permis de décrire les contraintes auxquelles l'utilisateur de Baghera doit s'adapter pour que sa preuve puisse être analysée. Certaines de ces contraintes peuvent être atténuées par des améliorations de l'interface de la plate-forme mais, comme avec tout système, l'élève devra toujours adapter son travail à l'interface de la machine. Une bonne compréhension de ces adaptations permet d'améliorer l'efficacité du système et de contrôler la nature des apprentissages de l'élève lorsqu'il travaille dans cet environnement.

5. Analyse logique de la preuve

Comme nous l'avons montré dans la section précédente, l'analyse de la production de l'élève en terme de conceptions ne prend pas en compte la validité logique de la preuve fournie par l'élève et reste ainsi au niveau comportemental. Il est cependant important, pour pouvoir piloter l'apprentissage de l'élève, de prendre également en considération le contenu de la production de l'élève et les éventuelles erreurs que la construction et la rédaction de la preuve font apparaître. Pour cela, la possibilité de faire appel au démonstrateur automatique HOARD-ATINF qui prend en charge la vérification de la validité et la cohérence logique de la preuve, vient compléter le diagnostic. Dans ce qui suit, nous décrivons et illustrons sur notre exemple la nature de la rétroaction obtenue de la part du démonstrateur et nous montrons comment ces informations peuvent être exploitées, d'une part, pour confirmer ou infirmer le diagnostic de conceptions et, d'autre part, pour fournir des éléments nécessaires pour la prise de décisions didactiques.

5.1. Vérification automatique de la preuve³

Pendant la résolution de problème et la rédaction de preuve, l'élève peut, à tout moment, demander la vérification de sa production, en appuyant sur un bouton prévu à cet effet. La plate-forme Baghera envoie alors un fichier au démonstrateur HOARD-ATINF pour traitement. Ce fichier contient la description du problème, la preuve à vérifier (sous la forme décrite dans la section 4.2.1) et la liste des opérateurs utilisés par l'élève qui ne sont pas prédéfinis dans le démonstrateur (voir Tableau 3). Dans ce qui suit, nous montrons comment la preuve fournie par l'élève est traduite dans le langage du démonstrateur (section 5.1.1), quelles informations sont renvoyées par celui-ci (5.1.2) et comment ces informations peuvent être exploitées (section 5.1.3).

5.1.1. Traduction de la preuve dans le langage de HOARD-ATINF

Comme il a été mentionné plus haut, le texte brut fourni par l'élève subit un certain nombre de modifications pour qu'il puisse être analysé par le système Baghera afin de

³ Le travail décrit dans cette section n'est pas encore implémenté dans la plate-forme. Il s'agit d'une étude de faisabilité.

procéder au diagnostic de conceptions de l'élève. En plus de ce qui est nécessaire pour le diagnostic, il est indispensable pour le démonstrateur que soit explicitée une règle d'inférence (opérateur) qui relie la conclusion avec les hypothèses. Le Tableau 2 montre la preuve de l'élève réorganisée pour le diagnostic et sa traduction⁴ dans le langage du démonstrateur HOARD-ATINF. Une règle d'inférence peut faire partie de l'axiomatique de HOARD-ATINF. C'est le cas d'une définition (par exemple dans le deuxième pas de preuve, symetrie_axiale désigne la définition de la symétrie orthogonale), d'un théorème ou d'une propriété (sym_ax_align dans le troisième pas de preuve est une propriété qui dit que la symétrie orthogonale conserve l'alignement). La règle d'inférence peut aussi être un opérateur utilisé (implicitement) par l'élève qui ne figure pas parmi les définitions et propriétés disponibles dans le démonstrateur (par exemple sym_oppose). Pour cette raison, il est possible de définir de nouveaux opérateurs, corrects ou erronés, et de les inclure dans l'axiomatique du démonstrateur. Le démonstrateur prend en compte ces opérateurs sans vérifier leur validité.

<i>La preuve de l'élève réorganisée</i>	<i>La traduction dans le langage de HOARD-ATINF</i>
2. N est le milieu de [AC]. 3. O est sur la même ligne que N mais à l'opposé du dessin et de l'autre côté de la droite (d). 6. O est l'opposé de N ou le symétrique de ce même point.	symetrie_axiale(O, N, droite(B,C)) milieu(N, segment(A,C)) est_intersection(M,droite(O,N),droite(B,C)) sym_oppose
4. M est sur la droite (d). 5. Donc M est son propre symétrique par rapport à la droite (d).	symetrie_axiale(M,M,droite(B,C)) est_sur_droite(M,droite(B,C)) symetrie_axiale
7. Donc [MN] est le symétrique de [MO].	symetrie_axiale(segment(M,N),segment(M,O),droite(B,C))) symetrie_axiale(M,M,droite(B,C)) symetrie_axiale(O,N,droite(B,C)) sym_ax_align

Tableau 2. La preuve de l'élève et sa traduction dans le langage de HOARD-ATINF.

Cependant, il ne faut définir que des opérateurs corrects, sinon la théorie de référence dans le démonstrateur serait contradictoire et toute affirmation pourrait être prouvée. Ainsi, la vérification de la preuve n'apporterait aucune information pertinente sur la cohérence et la validité de cette preuve. Pour cette raison, lorsqu'un nouvel opérateur est défini, son domaine de validité doit être déterminé et des hypothèses complémentaires ajoutées si nécessaire. Dans l'exemple précédent, l'opérateur sym_oppose est correct si le point M est le milieu du segment [ON] et si [ON] est perpendiculaire à la droite (BC) (Figure 8). Ces deux hypothèses sont rajoutées dans la définition de l'opérateur.

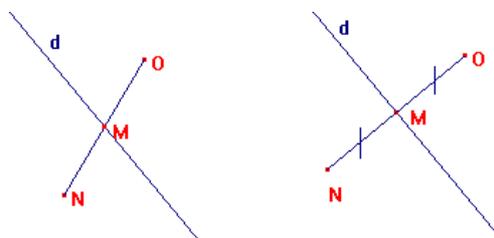


Figure 8. La règle sym_oppose est correcte si [ON] est perpendiculaire à d et si NM=MO.

⁴ Cette traduction, ainsi que la définition des opérateurs, sont faites "à la main" par des chercheurs participant au projet.

5.1.2. Rétroaction de HOARD-ATINF

Le démonstrateur considère une preuve comme correcte si elle vérifie les deux conditions suivantes (Peltier 2002) : (i) elle est correcte logiquement, c'est-à-dire, dans chaque pas de preuve, la conclusion peut être déduite des hypothèses en utilisant la règle d'inférence et chaque hypothèse utilisée est soit une donnée de l'énoncé du problème, soit la conclusion d'un des pas précédents ; (ii) elle est correcte relativement au problème donné, c'est-à-dire, la conclusion est celle attendue.

Le démonstrateur reçoit un fichier de la plate-forme Baghera qui contient l'énoncé du problème, la conclusion de l'élève, la liste des opérateurs que l'élève a utilisé dans sa preuve et la preuve elle-même ayant subi les modifications décrites plus haut (voir Tableau 3).

<i>Fichier envoyé au démonstrateur HOARD-ATINF par la plate-forme Baghera</i>	<i>Commentaires</i>
<pre>[operateurs] sym_oppose implique (est_intersection(M,droite(N,O),droite(X,Y)), milieu(M,segment(N,O)), perpendiculaire(segment(N,O),segment(X,Y)), symetrie_axiale(O,N,droite(X,Y)))</pre>	<p>} Définition de l'opérateur sym_oppose</p>
<pre>[traitement] verification</pre>	<p>→ Indication au démonstrateur que le traitement demandé est de vérifier la preuve qui suit</p>
<pre>[hypothèses] equilateral(A,B,C) symetrie_axiale(A',A,droite(B,C)) milieu(L,segment(A,B)) milieu(M,segment(B,C)) milieu(N,segment(A,C)) est_intersection(P,droite(L,M),droite(C,A')) est_intersection(O,droite(N,M),droite(B,A'))</pre>	<p>} Les données du problème</p>
<pre>[conclusion] symetrie_axiale(O,N,droite(B,C))</pre>	<p>→ La réponse de l'élève</p>
<pre>[preuve] milieu(N,segment(A,C)) \$ est_intersection(M,droite(O,N),droite(B,C)) \$ est_sur_droite(M,droite(B,C)) \$ symetrie_axiale(M,M,droite(B,C)) est_sur_droite(M,droite(B,C)) symetrie_axiale \$ symetrie_axiale(O,N,droite(B,C)) est_intersection(M,droite(O,N),droite(B,C)) sym_oppose \$ symetrie_axiale(segment(M,N),segment(M,O),droite(B,C))) symetrie_axiale(M,M,droite(B,C)) symetrie_axiale(O,N,droite(B,C)) sym_ax_align \$</pre>	<p>} La preuve de l'élève traduite dans le langage du démonstrateur. Les pas de preuve sont séparés par des signes \$. La première ligne dans chaque pas correspond à la conclusion, suivie d'une ou plusieurs hypothèses. A la dernière ligne on trouve la règle " " "</p>

Tableau 3. Fichier envoyé au démonstrateur par la plate-forme.

Le démonstrateur renvoie à la plate-forme un fichier contenant la preuve avec des annotations locales concernant la validité de chaque pas de preuve, ainsi que des annotations globales concernant la preuve dans sa globalité, en particulier indiquant si la preuve est correcte ou non. Le Tableau 4 montre le fichier renvoyé par HOARD-ATINF après vérification de la preuve analysée précédemment.

<i>La preuve de l'élève réorganisée</i>	<i>Résultats de vérification par HOARD-ATINF</i>
2. N est le milieu de [AC]. 3. O est sur la même ligne que N mais à l'opposé du dessin et de l'autre côté de la droite (d). 6. O est l'opposé de N ou le symétrique de ce même point.	milieu(N,segment(A,C)) [correct] est_intersection(M,droite(O,N),droite(B,C)) [correct] symetrie_axiale(O,N,droite(B,C)) est_intersection(M,droite(O,N),droite(B,C)) sym_oppose [hypotheses_manquantes] milieu(M,segment(O,N)) perpendiculaire(segment(O,N),segment(B,C))
4. M est sur la droite (d). 5. Donc M est son propre symétrique par rapport à la droite (d).	est_sur_droite(M,droite(B,C)) [correct] symetrie_axiale(M,M,droite(B,C)) est_sur_droite(M,droite(B,C)) symetrie_axiale [correct]
7. Donc [MN] est le symétrique de [MO].	symetrie_axiale(segment(M,N),segment(M,O),droite(B,C)) symetrie_axiale(M,M,droite(B,C)) symetrie_axiale(O,N,droite(B,C)) sym_ax_align [correct]
	[conclusion_prouvee] [assertions_non_utilisees] milieu(N,segment(A,C)) [erreur_detectee]

Tableau 4. La preuve de l'élève et le résultat de sa vérification par le démonstrateur HOARD-ATINF.

Dans le premier pas de preuve, une erreur a été détectée ; elle est indiquée par le flag [hypotheses_manquantes], ce qui signifie que l'opérateur sym_oppose est utilisé sans prendre en considération toutes les hypothèses qui sont nécessaires pour son application. La liste de ces hypothèses est donnée après le flag. A partir des annotations globales à la fin de la preuve, on apprend que la conclusion prouvée est bien celle indiquée dans le fichier d'entrée et que des erreurs ont été détectées dans la preuve. De plus, la liste des assertions non utilisées est donnée [assertions_non_utilisees], ce qui permet de voir les tentatives abandonnées par l'élève.

Le fichier avec la preuve annotée est renvoyé à la plate-forme de Baghera pour être traité par le système. Les informations obtenues peuvent ensuite être exploitées dans le but de confirmer ou infirmer le diagnostic de conceptions, ainsi que pour apporter une aide dans le processus de prise de décisions didactiques. Bien que cette exploitation ne soit pas implémentée dans la plate-forme à l'heure actuelle, nous donnons dans ce qui suit un aperçu des possibilités qu'ouvre l'interaction de celle-ci avec le démonstrateur.

5.2. Utilisation prévue des résultats de la vérification de preuve

5.2.1. Traitement au niveau des opérateurs

Comme nous l'avons dit plus haut, le flag [hypotheses_manquantes] signifie que quelques hypothèses nécessaires pour pouvoir appliquer un opérateur ne figurent pas dans la

liste des hypothèses du pas de preuve en question. Il serait cependant trop hâtif de conclure que l'élève n'est pas conscient de l'importance de ces hypothèses. Il est en effet possible que l'élève les ait considérées mais ne les ait pas explicitées dans sa preuve, en particulier pour les propriétés lues sur la figure accompagnant l'énoncé du problème. De telles hypothèses peuvent être considérées comme des implicites. Dans l'exemple précédent, il s'agit de l'hypothèse (vraie) : M est le milieu du segment [ON]. En revanche, une hypothèse signalée comme manquante et qui s'avère être fausse, est un indicateur d'une conception erronée puisque, dans ce cas, l'élève a effectivement utilisé l'opérateur en dehors de son domaine de validité. C'est le cas de l'hypothèse selon laquelle le segment [ON] est perpendiculaire à la droite d. Pour cette raison, il est inévitable de vérifier si les hypothèses indiquées comme manquantes sont vraies ou fausses dans le problème donné.

De plus, l'information sur la nature des hypothèses manquantes est précieuse du point de vue de l'apprentissage. Elle donne des indications pour le choix de contre-exemples appropriés ou de problèmes susceptibles d'amener l'élève à prendre conscience des limites de ses conceptions (voir la communication de Chaachoua et Lima pour plus de détails concernant notamment la prise de décisions didactiques basée sur les résultats du diagnostic et de la vérification de la preuve).

5.2.2. Traitement au niveau des contrôles

Dans la résolution de problème, l'élève utilise un certain nombre de contrôles, de manière explicite ou implicite pour prendre des décisions sur l'action à faire, choisir des opérateurs à appliquer ou bien décider si le problème est résolu. Ils peuvent être considérés comme des propriétés, pas nécessairement vraies, que l'élève donne aux objets et notions mathématiques. Ainsi, l'utilisation d'un contrôle faux, de même que l'absence d'un contrôle vrai, sont des indicateurs de conceptions erronées et la nature de ces contrôles peut aider à caractériser cette conception. Dans la production de l'élève analysée plus haut, les contrôles suivants ont été identifiés par Baghera (Tableau 5) :

<i>La preuve de l'élève réorganisée</i>	<i>Les contrôles utilisés par l'élève</i>
2. N est le milieu de [AC]. 3. O est sur la même ligne que N mais à l'opposé du dessin et de l'autre côté de la droite (d). 6. O est l'opposé de N ou le symétrique de ce même point.	C1. Le symétrique d'un point est un point. C2: Le symétrique d'une figure se trouve de l'autre côté de l'axe.
4. M est sur la droite (d). 5. Donc M est son propre symétrique par rapport à la droite (d).	C1 C3. Le symétrique d'un point de l'axe est le point lui-même.
7. Donc [MN] est le symétrique de [MO].	C4. Le symétrique d'un segment est un segment. C5. Le segment et son symétrique sont portés par une même droite.

Tableau 5. Les contrôles identifiés par Baghera dans la production de l'élève.

Au niveau de l'implémentation, une liste de contrôles susceptibles d'être utilisés par l'élève peut être établie a priori, à partir d'une analyse didactique, et le démonstrateur peut vérifier si ces contrôles ont été à l'œuvre dans la production de l'élève ou non. Dans le Tableau 6, une liste non exhaustive de contrôles est présentée avec des informations sur la nature de la conception sous-jacente dans les cas où il est possible de conclure.

	Contrôles	Utilisé?	Conception
VRAI	Le symétrique d'un point est un point.	oui	
	Le symétrique d'un segment est un segment.	oui	
	La symétrie conserve l'alignement.	oui	
	Le segment dont les extrémités sont un point et son symétrique est perpendiculaire à l'axe.	non	erronée
FAUX	Le segment et son symétrique sont parallèles	oui	« symétrie centrale » « parallélisme »
	Le segment dont les extrémités sont un point et son symétrique, est horizontal.	non	
	Le segment et son symétrique sont portés par une même droite.	oui	« symétrie centrale » « symétrie oblique »

Tableau 6. Nature de la conception en relation avec les contrôles utilisés.

5.3. Recherche de nouvelles conceptions

A part l'analyse locale, c'est-à-dire la vérification de la cohérence et la validité logique d'une preuve donnée, nous pouvons envisager d'utiliser le démonstrateur pour faire une analyse globale en terme de conceptions. Comme nous l'avons mentionné plus haut, HOARD-ATINF ne vérifie pas la validité des opérateurs que l'on définit et il est capable de manipuler tout type d'opérateurs, valides ou non. Ainsi, nous pouvons définir un ensemble d'opérateurs utilisés par un élève (identifiés dans la résolution d'un certain nombre de problèmes) et demander au démonstrateur s'il est possible, avec cet ensemble, de résoudre et démontrer des problèmes d'un ensemble de problèmes donnés. Ceci permettrait de vérifier la cohérence logique de cet ensemble d'opérateurs et de nouvelles conceptions pourraient alors être révélées. D'autres explorations sont envisagées dans cette direction.

6. Conclusion

Basée sur le modèle $cK\phi$ pour la modélisation des connaissances de l'élève, la plateforme Baghera permet actuellement le diagnostic des conceptions de l'élève à l'œuvre lorsqu'il produit une preuve mathématique dans le domaine de la symétrie orthogonale, ainsi qu'une évaluation de la cohérence et de la validité logique de cette preuve. Ces deux aspects du travail de l'élève sont complémentaires et nécessaires pour permettre au système de prendre des décisions relativement au processus didactique à mettre en œuvre pour faire évoluer l'élève vers les conceptions visées par l'apprentissage.

Références bibliographiques

- Balacheff N. (2000) : Teaching, an emergent property of eLearning environments. In: *Conférence IST 2000*. Nice, France.
- Balacheff, N. (2001) : Les connaissances, pluralité de conceptions. Le cas des mathématiques. *Les Cahiers du Laboratoire Leibniz* n° 19. <http://www-leibniz.imag.fr/LesCahiers/>
- Bergia L. (2000) : *Conception et réalisation d'une plate-forme logicielle pour l'apprentissage et l'enseignement à distance*. Mémoire de diplôme d'ingénieur CNAM. <http://www-leibniz.imag.fr/LesCahiers/>
- Grenier, D. (1988) : *Construction et étude du fonctionnement d'un processus d'enseignement sur la symétrie orthogonale en sixième*. Thèse. IMAG, Université Joseph Fourier.
- Peltier, N. (2002) : HOARD-ATINF, Manuel d'utilisation.
- Pesty, S., Webber, C., Balacheff, N. (2001) : Baghera : une architecture multi-agents pour l'apprentissage humain. In: *Agents Logiciels, Coopération, Apprentissage et Activité Humaine ALCAA 2001*, Biarritz, France, pp. 204-214, 2001.
- Soury-Lavergne S., (ed.) (2003) : Baghera Assessment Project, Designing an hybrid and emergent educational society. *Les Cahiers du Laboratoire Leibniz* n°82. <http://www-leibniz.imag.fr/LesCahiers/>
- Tahri, S. (1993) : *Modélisation de l'interaction didactique : un tuteur hybride sur Cabri-géomètre pour l'analyse des décisions didactiques*. Thèse. IMAG, Université Joseph Fourier.
- Webber, C., Pesty, S. (2002) : Emergent diagnosis via coalition formation. In: *IBERAMIA 2002 - Proceedings of the 8th Iberoamerican Conference on Artificial Intelligence*. Garijo, F. (ed.), LNAI 2527, Springer Verlag, Spain, November 2002, pp. 755-764.
- Webber, C. (2003) : *Modélisation informatique de l'apprenant. Une approche basée sur le modèle cK ϵ et la théorie de l'émergence*. Thèse. IMAG, Université Joseph Fourier.