



HAL
open science

Enigmaun projet de cédérom novateur

Gilles Aldon, Jean Duprat, Georges Mounier

► **To cite this version:**

Gilles Aldon, Jean Duprat, Georges Mounier. Enigmaun projet de cédérom novateur. Jun 2003, Reims, France. edutice-00001355

HAL Id: edutice-00001355

<https://edutice.hal.science/edutice-00001355>

Submitted on 12 Jan 2006

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Enigma

un projet de cédérom novateur.

Aldon Gilles¹, Duprat Jean², Mounier Georges³.

L'étude des équations est, en France, au lycée (élèves de 15 à 18 ans), un point central dans l'enseignement des mathématiques : à la fois par le volume horaire qui lui est consacré, par la place qu'elle tient dans les évaluations, et par les liens qu'elle entretient avec le reste du programme, calcul algébrique et étude des fonctions en particulier. Malheureusement les équations sont trop souvent enseignées uniquement sous leur aspect algorithmique, sans que le lien soit suffisamment fait avec les problèmes que la résolution des équations permet de résoudre.

Redonner une épaisseur historique à un domaine qui, des scribes babyloniens à Niels Abel en passant par Al-Khwarizmi et les algébristes italiens du seizième siècle a constitué un point central de la recherche mathématique était aussi une de nos motivations, lorsque nous avons décidé de proposer un produit multimédia pour l'enseignement des équations.

Dans le cadre d'une structure académique de développement de produits multimédia (le Réseau Lyonnais d'Ingénierie Educative), nous avons eu en charge un projet de logiciel éducatif : la conception d'un cédérom destiné à l'apprentissage chez les élèves de 16-18 ans d'une petite part des mathématiques, la résolution d'équations.

Une première maquette a été fabriquée par un groupe d'étudiants d'une école d'ingénieurs de Lyon (INSA), avec l'aide d'infographistes du Centre Régional de Documentation Pédagogique de Lyon.

Nous présentons ici notre démarche, les points forts de ce projet ainsi que les raisons pour lesquelles, à ce jour, la réalisation n'est pas achevée.

Un jeu d'aventures

Nous avons choisi une présentation sous forme d'un jeu d'aventures car cette forme fait partie du contexte culturel familier aux élèves visés, nous espérons en l'adoptant faciliter l'identification des élèves avec leur rôle de "chercheur" : dans le cadre d'une histoire de science fiction, le joueur va devoir résoudre six équations pour obtenir six clés numériques qui lui permettront de décoder un message.

Et les ressources informatiques actuelles autorisent un graphisme de qualité qui permet de donner à ce jeu un aspect proche des jeux commerciaux familiers d'une partie des élèves.

1 Professeur agrégé de mathématiques au Lycée J.Brel de Vénissieux,

2 Maître de conférences à l'Ecole Normale Supérieure de Lyon,

3 Professeur agrégé de mathématiques à l'Institut Universitaire de Formation des Maîtres de Lyon.

Des mathématiques insérées dans leur histoire

Il nous semble important que l'élève apprenne que les mathématiques ont été inventées par des hommes : pour résoudre les problèmes que se posait leur civilisation, quelquefois de façon plus gratuite, ou encore à partir de préoccupations philosophiques ou esthétiques.

À chaque période de l'histoire, en fonction de la culture environnante et des connaissances du moment, des mathématiciens ont posé ou résolu des problèmes, la personnalité de ces mathématiciens est très variée, et s'intéresser à leur vie offre bien des découvertes, parfois anecdotiques, parfois importantes.

Et rendre aux mathématiques cet aspect d'objet culturel, les réintégrer dans l'histoire humaine, en montrant la construction : l'invention, la transmission d'une génération à l'autre, l'amélioration au cours du temps et même quelquefois l'oubli, c'est les rendre moins irréelles, moins intimidantes et donc faciliter leur appropriation.

À chaque type d'équation étudié, nous avons choisi de rattacher un lieu et une époque différente en centrant l'histoire sur la rencontre d'un mathématicien célèbre :

les équations polynomiales avec la rencontre de Cardan, Bombelli, Tartaglia dans l'Italie du XVI^e siècle ;

les systèmes d'équations linéaires avec Gauss, dans l'Allemagne du XIX^e siècle ;

les équations transcendantes avec Euler et D'Alembert, dans la Suisse et la France du XVIII^e siècle ;

les équations trigonométriques avec Al Kachi et les mathématiciens arabes du Moyen Age;

les équations irrationnelles avec Pythagore dans la Grèce antique ;

les résolutions approchées avec Newton et Leibniz, dans l'Angleterre et l'Allemagne du XVII^e siècle.

Apprendre en résolvant des problèmes.

Nous avons fait l'hypothèse, que nous ne développons pas davantage ici, que la confrontation à un problème motive la construction d'outils en vue de sa résolution, qu'elle favorise l'acquisition d'une démarche scientifique.

De quels problèmes s'agit-il ? Dans le premier module, le joueur va être amené, par étapes, à résoudre le problème suivant : étudier u_n solution positive de l'équation

$$x^n = x^{n-1} + \dots + x^2 + x + 1 \text{ et montrer que la suite converge.}$$

La première étape est la résolution du problème du nombre d'or. La première généralisation confronte ensuite l'élève à l'équation $x^3 = x^2 + x + 1$. Il devra utiliser la méthode de Cardan pour résoudre cette équation du troisième degré ; donc, dans un premier temps, lire un texte historique, le comprendre, le traduire dans un langage moderne, l'appliquer sur l'exemple.

La première tâche de l'élève est la mise en équation du problème posé. Cette activité n'est pas souvent offerte à l'élève, en particulier dans les produits utilisant les TICE, elle est pourtant fondamentale lorsque l'on veut rattacher les mathématiques au monde réel.

L'utilisation de textes historiques dans l'enseignement des mathématiques a déjà fait l'objet de nombreuses expérimentations, nous nous sommes inspirés plus

particulièrement d'une expérimentation de l'IREM de Lyon dans laquelle les élèves étaient confrontés à des textes de Cardan relatifs aux équations de degré trois et quatre⁴.

Aides

Pour résoudre le problème qui lui est proposé, l'élève dispose, à sa demande, d'aides de divers types : rappels de cours, nouvelles formulations de l'énoncé, outils méthodologiques. La réflexion que nous avons menée sur la question de l'aide à apporter aux élèves devra cependant être reprise à la lumière des résultats des expérimentations à mener éclairée par une analyse des types d'aide possible⁵.

Une calculatrice formelle à disposition

Une des aides offertes à l'élève est la mise à sa disposition d'outils de calcul symbolique, qui sont intégrés dans un petit robot, science fiction oblige, son compagnon, qui l'accompagnera tout au long de sa recherche.

Au début du jeu, l'élève n'a à sa disposition que des outils simples de manipulation des expressions mathématiques : pour l'élève de la classe de Première (16 ans), il s'agit des fonctionnalités de factorisation et développement, de résolution d'équation du premier degré ou s'y ramenant par simplification dont la maîtrise est un objectif de la classe précédente.

Au fur et à mesure que l'élève apporte, par sa réussite dans la résolution des problèmes qui lui sont proposés, la preuve de sa maîtrise de compétences plus complexes, des outils plus évolués lui sont fournis. Cette progression est nécessaire si l'on veut que l'outil n'apparaisse pas comme une boîte magique de résolution "presse bouton", mais comme le témoin d'une progression permettant d'être de plus en plus performant et de s'éviter des calculs fastidieux.

Chercher à enrichir les fonctionnalités de sa calculatrice va donc constituer pour l'élève, dans le jeu, un nouvel objectif, secondaire dans un premier temps par rapport au défi initial qui lui est proposé - rechercher les clés de décodage du message qui sauvera l'humanité - mais qui pourra prendre, à certains moments de son parcours, la place principale dans le cœur de l'élève.

L'utilisation de ressources de calcul formel dans la recherche de problèmes mathématiques a fait l'objet de recherches nombreuses, dont certaines sont déjà anciennes⁶, et constitue toujours un domaine de recherche très vivant⁷, dont nous avons eu connaissance.

Outre le registre formel, l'accès aux registres de représentation graphique et numérique, essentiel dans l'appropriation des différents aspects des équations, est fourni par le compagnon et le passage de l'un à l'autre de ces registres est

4 Dans cette expérimentation menée dans trois classes de Première S les élèves étaient équipés de calculatrices TI 92 (intégrant le calcul formel). Voir par exemple : Rapport final recherche INRP 40121, C. Rolet et R. Jaffard.

5 Voir par exemple : Jean Julo Représentation des problèmes et réussite en mathématiques Presses universitaires de Rennes.

6 Voir par exemple les articles écrits par les auteurs dans [Hirlimann A].

7 Pour un état récent de la recherche voir [D.Guin, L. Trouche]

techniquement simple, ce qui ne suffit, bien sûr, pas à assurer qu'il sera effectué par les élèves.

L'analyse de réponses.

La nécessité de disposer dans un produit d'EIAO d'un module expert du domaine considéré est aujourd'hui bien admise, en particulier pour l'analyse des réponses.

Donnons un exemple dans notre produit de cette nécessité

La réponse attendue à la mise en équation du problème du nombre d'or est l'équation $x^2=x+1$.

Le logiciel devrait être capable de vérifier que $x^2-x=1$, $a^2=a+1$...sont des bonnes réponses. Il devrait signaler que les réponses de la forme $k x^2 = k x + k$ avec k réel non nul sont de bonnes réponses non simplifiées et pour $x=1/x+1$ émettre une réserve explicite sur la non égalité des domaines de définition de la fonction proposée et de la réponse, tout en validant la réponse dans un contexte où x rapport de deux longueurs est un réel positif..

L'étude du lien entre un EIAO et un SCF (système de calcul formel) montre que les concepteurs du système d'EIAO ont le choix entre développer un noyau de calcul formel spécifique et utiliser un SCF existant⁸. Le premier choix impliquait un volume de travail qui n'était pas, pour nous, envisageable, nous avons donc choisi d'utiliser un SCF existant. Mais ce ne fut pas sans difficultés. Il s'agissait de trouver une bibliothèque de fonctions assurant les calculs formels (donc sans interface apparente) utilisable "commandée par le jeu", c'est à dire appellable par le logiciel de création de produit multimédia⁹ sans que cela apparaisse à l'utilisateur.

Cette recherche s'est avérée plus difficile que prévu. La maquette réalisée utilise un système de calcul formel mal adapté à la résolution des équations dans \mathbb{R} ou \mathbb{C} ¹⁰.

Actuellement nous nous sommes contentés d'une analyse a priori des réponses attendues aux questions posées à l'élève, le travail de pré-expérimentation n'a pas été mené, il ne pourra être tenté sur la maquette que si celle ci est substantiellement corrigée.

Utilisation

Même si le découpage du produit en modules, et son organisation souple, peuvent en permettre une utilisation ponctuelle, par exemple en se limitant à certains aspects historiques, le cédérom est prévu pour une utilisation dans la durée.

Les tâches confiées à l'élève sont quelquefois d'une trop grande complexité, et les questions qui lui sont posées trop ouvertes pour qu'on puisse envisager une analyse de réponse suffisante, aussi il n'est pas envisageable que l'élève puisse se passer totalement de l'intervention de son professeur.

⁸ Ce lien EIAO et SCF est abordé dans l'article [D. Lenne]

⁹ Il s'agit du logiciel Director de Macromédia.

¹⁰ Le logiciel Kokoa développé à l'université de Gênes, mais pour d'autres besoins que les nôtres.

Il faut donc envisager une utilisation de type "problème long"¹¹, recherche sur plusieurs séances dans laquelle les problèmes posés aux élèves interagissent avec l'avancement du "cours" : ils en constituent aussi bien une illustration qu'une motivation.

L'autre dispositif qui peut inspirer l'organisation à mettre en place est celui des jeux d'entreprise : un problème, une étude de cas, est proposé aux formés, le logiciel présente le cas, donne accès à des ressources - banques de données, textes juridiques, règlements ... - et offre des possibilités de simulation. Les groupes de formés utilisent cet environnement pour proposer une résolution de leur cas, les solutions des différents groupes sont ensuite confrontées, débattues, avec l'aide du formateur qui peut, en fonction des insuffisances détectées, apporter de nouvelles connaissances, le cas peut éventuellement ensuite être retravaillé.

Les pistes d'utilisation présentées ci-dessus demanderaient à être approfondies, mais l'analyse de réponse de la partie du cédérom qui a été réalisée n'est pas actuellement suffisante pour que son fonctionnement ait pu être testé autrement que de façon ponctuelle.

Conclusion

Aujourd'hui nous disposons d'une réalisation qui n'est pas un produit fini. L'architecture générale existe : présentation de l'histoire, de l'environnement, du problème, organisation (modules, test des pré-requis, aspects historiques, calculatrice formelle). Seul le premier module "équations polynomiales" a été réalisé, le scénario général des autres modules est prêt. L'analyse de réponse de ce qui a été réalisé n'est pas satisfaisante pour les raisons indiquées ci-dessus, et nous sommes toujours à la recherche de modules de calcul formel plus adéquats à nos besoins.

Articles cités

- Aldon G. Tisseron C., 2001, Des situations pour mettre en œuvre une démarche scientifique au lycée, Grenoble
- Guin D. Trouche L. 2002, Calculatrices symboliques, transformer un outil en un instrument du travail mathématique : un problème didactique, La Pensée Sauvage.
- Hirlimann A., 1994, *Enseignement des mathématiques et logiciels de calcul formel* M.E.N DITEN B2
- Lenne D. Gélis J.M., 2002, Limites, un environnement d'apprentissage fondé sur un système de calcul formel in Sciences et techniques éducatives vol 9 Logiciels pour l'apprentissage de l'algèbre.

11 Voir les travaux de l'IREM de Lyon et du LIRDHIST sur ce thème, par exemple