IMPACT DE L'INFORMATIQUE SUR LA FORMATION DE CONCEPTS MATHÉMATIQUES

Luc-Olivier POCHON

Les professeurs de mathématique ont imaginé diverses manières d'utiliser l'informatique pour leurs cours de mathématique. Le bulletin de l'EPI a publié de nombreuses contributions à ce sujet. Dans un des derniers travaux publiés, Claudine Voldoire (Intérêt de l'utilisation de progiciels en mathématiques, bulletin n°65, mars 1992) mentionne l'utilisation des tableurs et grapheurs, des logiciels traceurs de courbes et des simulateurs de figures géométriques. Dans le même numéro, Mireille Cailleaux, Marie-José Duperre et Paul Moutte proposent également diverses utilisations d'un traceur de courbes (Un traceur de courbes pourquoi faire ?).

A côté de ces usages qui permettent aux maîtres d'illustrer une notion et aux élèves d'observer et de faire des conjectures, d'autres manières d'utiliser l'informatique ont également été proposées : aide à la résolution de problèmes, aide à la démonstration, etc.

Maintenant qu'un savoir-faire indéniable existe, il vaut la peine de s'interroger sur la mathématique que nos élèves perçoivent et construisent à travers les logiciels. C'est le débat que j'aimerais engager ici. Pour amorcer cette analyse, je propose une classification des logiciels utilisés en classe de mathématique en fonction de l'importance de l'interaction ou de l'imbrication des concepts mathématiques et informatiques en jeu.

INTERACTION FAIBLE : LES SYSTÈMES D'ENTRAÎNEMENT

Souvent décriés, les systèmes d'EAO simples ont le mérite de décharger les maîtres de tâches fastidieuses d'interrogation et de correction. S'ils sont parfois discutables du point de vue pédagogique, ils n'occasionnent en principe aucun doute sur les objets mathématiques qu'ils véhiculent. L'écran n'est qu'une copie de la fiche classique. Un illustrateur simple entre également dans cette catégorie. Un tel logiciel "donne à voir" des phénomènes difficiles à représenter autrement, la convergence des séries de Fourier, par exemple. Mais il peut mener à de nouvelles questions qui ne sont pas étudiées dans un enseignement classique, la divergence locale des séries de Fourier aux alentours des points de discontinuité, pour reprendre le même exemple que précédemment (phénomène de Gibbs). Rappelons-nous également que les idées nouvelles en science ont été "promues" par des manipulations informatiques très simples. Une de celle-ci est l'étude (par May) de la convergence de la suite donnée par l'équation logistique : $x_{n+1} = rx_n(1-x_n)$ en fonction de la valeur du paramètre r.

INTERACTION MOYENNE : REPRÉSENTATIONS DYNAMIQUES ET LES "SOLVEURS"

Nous préférons le terme de "représentation dynamique", à celui de simulation, pour caractériser des systèmes qui permettent de représenter des objets mathématiques en fonction de divers paramètres (traceurs de courbes, par exemple).

Ces outils offrent des possibilités d'expérimentation. C'est-à-dire qu'ils permettent de modifier des figures en gardant invariantes certaines relations entre divers éléments constitutifs. Nous pouvons imaginer que l'utilisation de l'ordinateur va permettre l'activité de conjecture. Certains collègues y voient également une motivation née de la dynamique de l'interaction avec la machine ou de l'esthétique des figures obtenues (développées de courbes, par exemple). Il ne semble pas encore exister d'étude présentant les retombées de l'utilisation de ces outils sur "l'art" de la démonstration en géométrie synthétique ou sur l'analyse plus fine de fonctions (recherche de points d'inflexion). Mais si le but des cours de géométrie reste de démontrer quelques théorèmes "éprouvés" de géométrie (les médiatrices des côtés d'un triangle sont concourantes), il est fort probable que les problèmes posés en science expérimentale - comment guider l'élève, mais pas trop, sur les "bonnes" observations - se transposent dans le domaine de la mathématique. Par ailleurs, l'activité de production de schémas "d'évidence" pourrait également supplanter l'activité de démonstration souvent peu motivante pour les élèves. Les dessins "faux" n'étant plus l'aiguillon du raisonnement. Quel collègue trouvera, à la manière des anciens grecs, quelques paradoxes géométriques liés à l'usage de l'ordinateur ?

Les outils de calcul et les solveurs présentent dans le domaine de l'algorithmique et du calcul les mêmes caractéristiques pour les activités en géométrie. Ils permettent d'accélérer le traitement de l'information, mais ont certainement une influence sur la représentation des notions en jeu et sur les prcédures à mettre en oeuvre pour résoudre un problème.

A titre d'exemple, mentionnons la résolution du problème suivant :

Trouvez l'expression d'une fonction f du second degré : $f(x) = ax^2 + bx + c$, telle que $f(1) = 3$, $f(4) = 0$, $f(-2) = 24$.

Classiquement, le bon "réflexe" est d'établir un système d'équations linéaires qui mènera à la solution. Une bonne utilisation du "solveur" (EUREKA, par exemple) demande simplement d'introduire les données du problème (avec quelques précautions de syntaxe seulement) :

```
f(x) := a*x^2 + b*x + c
f(-2) = 24
f(1) = 3
f(4) = 0
```

On note ici que l'outil informatique introduit une nouvelle manière de transformer l'énoncé d'un problème en vue de sa résolution. L'apprentissage de la résolution de systèmes d'équations ne sera-t-il pas bientôt caduc ?

En introduisant la directive $substlevel = 0, EUREKA permet également d'ajuster directement, par la méthode des moindre carrés, une courbe (exponentielle, par exemple) à une famille de points obtenus de façon expérimentale. Adieu papier logarithmique !

INTERACTION FORTE : LES ACTIVITÉS DE PROGRAMMATION

Lorsqu'on fait de la programmation sur ordinateur, que ce soit de manière classique (BASIC, PASCAL, ...) ou en utilisant les langages liés aux progiciels ou encore en pratiquant des activités LOGO, des notions apparaissent qui présentent des liens de parenté avec des notions mathématiques : variables, fonctions, récursivité, etc. L'informatique est donc parfois utilisée non seulement pour représenter des objets mathématiques mais également pour approcher des notions mathématiques plus abstraites. On peut par exemple imaginer une introduction à la théorie des ensembles entièrement basée sur l'utilisation d'une gestionnaire de base de données. Des études ont montré que cette approche s'avère parfois efficace. Un savoir en actes s'acquiert et le formalisme né dans un contexte de manipulations logicielles peut se transposer dans certains domaines. Par exemple, la programmation de procédures LOGO avec des paramètres donne du sens à des expressions algébriques telles que 3x + 4. Elle permet de constituer selon la terminologie adoptée une "image générique" ou un "schéma familier".

Par contre, la manipulation de formules (comparer les nombres 2n et n+2, par exemple) n'est pas rendue plus aisée lorsque les élèves ont mené préalablement des activités de programmation.

En définitive, la question posée en début d'article revient à savoir si l'informatique possède des ressources à même de faciliter certains démarches de conceptualisation et de formulation en mathématique ou si, au contraire, elle induit une nouvelle forme de pensée, parfois opposée à celle introduite par la mathématique. La réponse ne pourra être que nuancée. Tout dépend des activités pratiquées et de l'importance de l'interaction entre concept mathématique et concept informatique. Mais les professeurs de mathématiques ne doivent-ils pas considérer les deux domaines, mathématique et informatique, de façon plus globale, comme un biotope particulier qui développe sa propre flore intellectuelle ? Quelles sont les capacités mathématiques menacées par l'ordinateur et qu'il faut préserver ? Quelles sont celles au contraire qui doivent évoluer ? Cette question me préoccupe ! Je serais heureux de connaître l'avis de collègues à ce propos.

Luc-Olivier POCHON
(IRDP) - C.P. 54
2007 Neuchâtel 7 - SUISSE