

MATHÉMATIQUES ET INFORMATIQUE (école et collège)*

François BOULE

Il y a sans doute deux abords possibles du sujet selon la priorité que l'on donne (dans l'énoncé, par la lecture-même) à l'un des deux termes. Le premier consiste à considérer qu'il y a des ordinateurs dans les écoles et à s'interroger sur leur utilisation. C'était le titre et la substance d'une circulaire de 1987, dont on a su depuis que l'essentiel de ce qu'elle signifiait était précisément, en toute logique, ce qu'elle ne disait pas. Ce point de vue d'utilisation (naguère résumé en "informatique-outil", et quelque peu repris depuis) n'est pas dépourvu de raison(s) : il serait absurde d'imaginer une informatique indépendante des instruments qu'elle traverse ; cela conduit d'ailleurs à se demander si les mathématiques sont aussi indépendantes qu'on s'est plu à l'imaginer des matérialités à travers lesquelles on les exprime, règle et compas, graphiques, calculatrices...

Un point de vue un peu moins rampant que la seule considération des matériels existants et de leur usage consiste à interroger ce qui les traverse et à conjecturer leur évolution. Il s'agit moins ici d'évolution matérielle (du tube au silicium en passant par le transistor...) ou commerciale (coût de la mémoire ou de la ligne de programme) que conceptuelle. Sans doute peut-on dire maintenant de l'ordinateur de Von Neumann ce que P. Valéry disait des civilisations. Et la plasticité du matériel a permis de mettre d jour des concepts nouveaux. On pouvait considérer il y a X ans que le binaire était le parpaing de l'informatique, et il y a moins de Y années que l'algorithmique était un passage obligé pour comprendre l'ordinateur (et même pour l'utiliser). Peut-être était-ce jeter un regard en arrière, et (osons-le) adopter un point de vue classique. Mais alors, si l'ordinateur ne devient pas cette référence (souhaitée) certifiant une discipline, une méthode de pensée, une voie vers la résolution de problème, que peut-on espérer de lui ? Il faut bien

* À propos des lycées : M.Feray : L'informatique en mathématiques, *Bulletin EPI* n° 52.

reconnaître qu'ici, l'imagination -surtout celle des enseignants- manque d'éloquence. En dehors des outils devenus standards comme le Traitement de texte ou le Tableur, et d'une invocation assez vague à la Simulation, on n'a pas grand chose à déclarer.

L'autre point de vue procède des Mathématiques, et n'a d'intérêt que si l'on ratisse assez large :

A- Quels concepts et quelles maîtrises souhaite-t-on faire acquérir ?

B- Ceux-ci ont-ils un rapport avec les concepts mis en œuvre dans la pratique de l'informatique ? (l'évocation de la "résolution de problème" [5] est loin d'être assez précise pour être utilisable). Ce sont ici des "relations horizontales" que l'on cherche à discerner, c'est à dire des concepts communs, développés ici et là de façon différente.

C- Quelles difficultés suscitent certains concepts en mathématiques quant à l'apprentissage, et de quels moyens (nouveaux) pourrait-on disposer grâce à l'informatique ? Il s'agit ici d'une dévolution (comme on dit en didactique selon la mode...), plus précisément d'une résolution de l'objet par l'outil.

D- Les moyens informatiques procurent-ils de nouveaux champs, de nouveaux outils, de nouvelles représentations ? On peut ici songer à l'incidence des calculettes sur l'apprentissage du calcul, plus tard sur les notions de limite, de convergence etc.

QU'ENSEIGNER ET À QUELLES FINS ?

La question A est bien sûr préalable à toute autre, et il n'est pas évident que les enseignants de mathématiques se mettent aisément d'accord sur ce point. C'est sans doute la raison qui a toujours fait préférer un Programme à un tableau d'Objectifs (gradué par niveau et type d'enseignement), et qui fait résister à toute évaluation sérieuse (on ne peut reconnaître pour telle le simulacre précipité que l'on déploie actuellement en CE2 et en 6^e). Le débat actuel sur la réorientation de l'enseignement des mathématiques (notamment) gagnerait assurément à être établi sur de telles bases. On pourrait tenter d'évoquer trois points de vue, qui ne s'excluent évidemment en rien [1] :

[5] Programmes pour l'école élémentaire (1985).

[1] F. Boule : Enseigner les mathématiques aujourd'hui. [APM n° 370 Sept 89].

- le premier évoque une utilité ; cet argument est (ou était) assez convaincant surtout pour l'enseignement primaire, jadis seul obligatoire. Que doit-on retenir en terme de savoir-faire, à l'issue de l'école élémentaire ? On ne peut probablement s'en tenir au seul "compter" de la trilogie républicaine "Lire-écrire-compter". Et la difficulté est grande non seulement de définir des objectifs opérationnels, mais plus encore de les évaluer de façon significative [7].

- le second, moins souvent défendu, évoque une référence culturelle. Les mathématiques participent d'un patrimoine culturel de l'humanité et qui ne cesse de s'enrichir. L'école forme les citoyens du XXI^e siècle, qui ne peuvent en ignorer tout. Mais quelle est alors cette culture minimale ? Ici, aucune évaluation n'est vraiment significative. Quels concepts, quelles méthodes, quelles situations-problèmes retenir ? La proportionnalité certainement, donc la linéarité, les ensembles de nombres (N, Z, Q, R), les vecteurs, mais aussi les matrices ? quelles fonctions classiques, quels concepts fonctionnels ?

- un troisième point de vue en appelle à une "formation de l'esprit", et l' on voit à la fois quelle en est la grandeur et la fragilité. D'une part, c'est débarrasser l'enseignement de tout anecdotique et de toute contingence, et d'autre part rien n'assure que ce soit le monopole des mathématiques. Et puis cette vertu reste à prouver.

Ce dernier point de vue, en tout cas mérite un peu d'examen. S'il y a une spécificité des maths à saisir, elle semble de l'ordre de la méthode. D'une part les mathématiques sont un lieu où toute autorité provient du raisonnement, et d'autre part le statut de la preuve y est différent de ce qu'il est dans les autres disciplines scientifiques. En Informatique, non moins qu'en Physique ou en Biologie, il est peu probable qu'un élève imagine seul une situation expérimentale (ou un programme) susceptible de valider une hypothèse. Par contre l'exécution d'un programme produit un résultat, donc montre quelque chose, mais il ne démontre pas. Le rôle de la démonstration, central en mathématique, n'est pas équivalent à celui de la validation pour celui qui fait exécuter un programme ; cette validation-ci est empirique (ce qui n'interdit pas l'existence d'une légitimation logique, mais qui n'est pas du tout élémentaire). D'une part elle peut être un relais vers la notion de nécessité logique en mathématique. D'autre part elle peut inviter à formuler des conjectures, c'est à dire fournir un support à l'expérience et à l'intuition, à propos de

[7] A.Bodin : L'évaluation du savoir mathématique [APM n°368, Avril 89].

situations mathématiques. On voit donc que l'invocation d'une rigueur qui semble aussi nécessaire ici et là appelle dans chaque cas des significations différentes.

RENCONTRES TRANSVERSALES

Paramètre, variable, inconnue...

En réponse à la question B, on pourrait sans doute mentionner, entre autres, l'élucidation des notions de variable, ou d'inconnue, ou de paramètre, bref, de fonction. Cet ensemble assez touffu qui est au cœur du calcul algébrique suscite incontestablement des difficultés au début de l'enseignement secondaire. On peut s'interroger sur des moyens de les éviter ou de les aplanir dès l'école élémentaire. Quatre voies au moins se présentent pour examiner la question :

a) point de vue interne aux mathématiques : quel est le statut des énoncés littéraux et leur fonctionnement algébrique ? On ne peut toutefois déduire de cette analyse par nécessité un point de vue pédagogique puisque l'on n'y considère pas le rôle du sujet "apprenant".

b) dialogue mathématique-informatique (ici considérée comme objet, domaine de connaissance, approché notamment par le moyen d'une initiation à la programmation). Le rôle du temps dans la définition des objets et des actions est (ou pourrait être) beaucoup plus nettement explicité en informatique, pour autant que les désignations et le langage ne s'obstinent pas sournoisement à le camoufler (ce qui est le cas, comme on le sait, pour BASIC et pour LOGO).

c) d'un point de vue psychologique, on doit s'interroger sur la façon dont fonctionnent les énoncés. Par exemple, comment un enfant perçoit-il les rôles de "3" et de "x" dans " $3 + 2 = 5$ ", dans " $3 + x = 5$ ", dans " $3 + x = x + 3$ ", (sans parler du changement d'interprétation consécutif à la substitution de "a" à "x" dans " $3 + a = 5$ ") ? Quelles représentations se fait-il de ces énoncés, c'est à dire quelle est sa capacité à en produire ou à les employer ? Ces représentations ne sont pas liées par nécessité au rôle que jouent ces énoncés en mathématiques.

d) D'un point de vue pédagogique enfin : une fois fixés les objectifs quant aux contenus et aux compétences que l'on souhaite faire acquérir, quels chemins paraissent préférables pour y parvenir ? C'est ici que l'informatique peut aussi intervenir, non seulement comme champ de connaissance mais comme outil de production (simulations, didacticiels...).

En ce qui concerne le premier point, les expressions mathématiques pourraient être classées selon leur **type** : on peut distinguer des objets, des prédicats, des énoncés affirmatifs, des énoncés interrogatifs (quelquefois appelés équations) : "3" est un objet singulier qui intervient dans un énoncé affirmatif comme " $3+2=5$ ", ou dans un énoncé interrogatif comme " $3+x=5$ ". Mais "a" est un objet générique lorsqu'il intervient dans une relation affirmative comme " $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ " ou dans un énoncé interrogatif comme " $ax^2 + bx + c = 0$ ". Un énoncé interrogatif fait intervenir une "inconnue" (souvent baptisée x...), c'est à dire un objet dont la valeur reste à identifier (cette valeur étant unique, ou multiple, ou inexistante). Cette typologie vaudrait aussi pour les objets géométriques. Voilà pour les objets élémentaires.

Les objets complexes peuvent être des prédicats, des fonctions ou des énoncés.

Exemple de prédicat "x est Premier" [Appelons-le $P(x)$] : c'est un énoncé "suspendu" qui n'est ni affirmatif ni interrogatif. Par contre, affecté d'une valeur singulière, il devient un énoncé VRAI ou FAUX ; ainsi $P(1423253241)$ est évidemment *faux*. Le signalement en Logo par un point d'interrogation illustre bien ce rôle (**P? :x**).

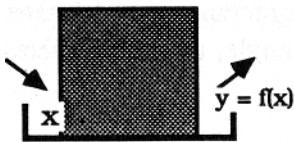
Fonction

Le concept de fonction pourrait dériver de celui de prédicat, en généralisant à une valeur quelconque (d'un ensemble E) la valeur de vérité VRAI/FAUX. Ainsi $f(x)$ représenterait une *procédure de calcul* ; en Logo, la primitive "RENDS" rend compte de cette conception. Mais deux autres représentations ont été préférées en mathématiques ; la première procède du concept de **variation** (pour les fonctions $R \rightarrow R$) on étudie par exemple la variation de $f(x)$, lorsque x varie de **a** à **b** (on en conserve le souvenir vivace dans le vocabulaire, qui parle encore de fonction croissante, continue etc.). Le XX^e siècle, pour des raisons évidentes de généralisation, et pour évacuer un appel implicite au Temps (ô Bourbaki) a préféré dériver la fonction du concept de **correspondance** : la fonction f est la correspondance $x \rightarrow f(x)$. E en résulte en retour un statut indécis pour cette "variable" x. Elle est généralement, comme une inconnue, désignée par x, mais n'en est pas une à moins de participer à une équation comme $f(x)=0$. Elle n'est pas non plus un objet générique, à moins de participer à une "identité". Les langages déclaratifs clarifient beaucoup cette notion en distinguant le nom attribué à un registre, et son contenu actuel. Une variable peut ainsi être considérée comme le nom

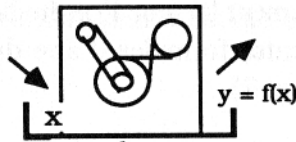
d'une "boîte" susceptible de recevoir un contenu. Bien avant eux, le concept de fonction calculable procédait de l& même clarification. De la même façon la distinction ÉTAT/ACTION évacue les ambiguïtés qui accompagnent les notions de **variation** ou de **transformation** [2].

On peut ainsi imaginer des éléments de représentation différents de 'fonction' selon que l'on privilégie la variation concomitante (fig.1), la production de $f(x)$ à partir de x (fig.2), selon que l'on envisage une

production locale (valeur de $x \rightarrow$ valeur de $f(x)$) comme dans un tableau (fig.3), ou une image globale (graphique, fig.4)



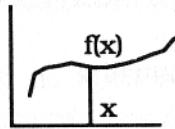
variation
concomitante
fig.1



Production
de f
fig.2



Tableau de
correspondance
liaison discontinue
fig.3



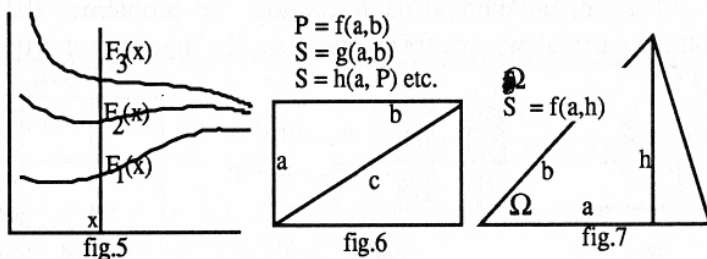
variation
continue
fig.4

Ces éléments ne sont pas exclusifs les uns des autres. La question est aussi compliquée par la distinction des rôles de variables et de paramètres. Ce qui n'arrange rien, c'est qu'en informatique le concept de paramètre admet des acceptions différentes : il est "délocalisé" en Logo, par opposition à la variable, qui est localisable. Par contre, il a en Pascal un statut voisin de ce qu'il est en mathématiques, mais plus restrictif.

Dire que la fonction F de la variable x (fig.5) dépend d'un paramètre, c'est définir une famille $F_m(x)$. m intervient dans la "boîte" qui définit F , et non dans l'entrée x . Mais la "coupe" selon une valeur de x retourne cette définition :

$$F_m(x) = G(m,x) = H_x(m)$$

[2] F. Boule : Infor'math'ique, chic et toc [APM n°344, Juin 1984].
François BOULE



On pourrait croire que cette distinction échappe tout à fait à l'école élémentaire. Formellement, bien sûr. Mais cette notion se rencontre empiriquement lorsque l'on étudie les rectangles à périmètre constant, ou différentes formules d'aire du triangle, de quadrilatères articulés etc. (fig. 6 et 7)

INFORMATIQUE PÉDAGOGIQUE AIDE AUX APPRENTISSAGES

Proportionnalité

La proportionnalité, dont on sait combien elle est malaisément maîtrisée à l'école, donne lieu à des représentations multiples. C'est peut-être d'ailleurs cette pluralité d'évocations (leur hétérogénéité et l'absence de dominance de l'une sur les autres) qui est la cause de cette résistance. En voici trois :

-1. représentation graphique (rectiligne) d'une fonction linéaire. C'est une représentation visuelle et globale ; liée à la notion "classique" de fonction (fig. 1 ci-dessous).

-2. Si A et B sont deux listes proportionnelles, $k.A$ et $A+B$ sont aussi des listes qui leur sont proportionnelles (donc aussi $p.A + q.B$). Ceci est un modèle "fonctionnel", lié à des manipulations opératoires, et à des situations numériques (type tableur).

-3. Représentation classique des proportions et autres "règles de trois". C'est ici un modèle de résolution de problèmes (lié à un algorithme particulier), une fois reconnu qu'il s'agit de proportionnalité.

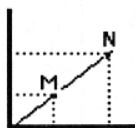


fig.1

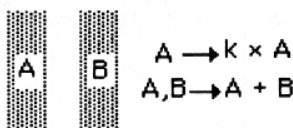


fig.2

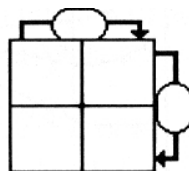


fig.3

L'informatique peut intervenir ici comme outil en proposant une animation de chacun de ces modèles et en les liant les uns aux autres (cf. [4]). C'est alors l'aspect simulation de l'informatique qui est mis en œuvre. Cache tampon, etc.

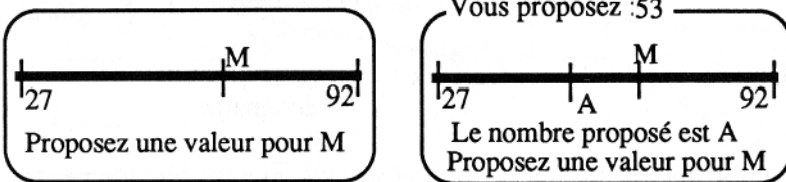
Il s'agit de renforcer la représentation de la *droite numérique*, notamment dans sa structure d'ordre. Celle-ci est essentielle pour le calcul mental, et en particulier l'estimation. *Ce renforcement vaut d'être multiple*, et les variantes ne manquent pas :

a) *Plus petit / plus grand*. On cherche un nombre de $[a,b]$ en proposant des valeurs auxquelles il est répondu par "trop petit" ou "trop grand". Objet : l'économie de recherche, la dichotomie optimale.

b) *Cache-tampon*. Même énoncé, mais les réponses sont données par distance (chaud, tiède, froid...) et non par ordre. Chaque information n'est donc pas nécessairement liée à la précédente.

c) *Naufragé*. Généralisation du problème au plan : il s'agit de localiser un point (le naufragé) par des propositions auxquelles il est répondu par une indication de distance. Le problème est donc ramené à une intersection de disques. Ainsi le problème numérique devient-il géométrique.

d) *Estimation*. Sur un segment représentant un intervalle $[a,b]$, il faut estimer à quelle valeur correspond un point donné M . Il n'est pas fourni de jugement sur les propositions, mais seulement l'indication de leur localisation. Exemple :



Il s'agit encore d'un jeu d'intervalles emboîtés, mais où l'aspect *estimation de grandeur* est prépondérant.

e) *Jeux de fonctions*. Il s'agit d'atteindre un nombre (par exemple 47) à partir d'un point de départ (par exemple 5) et d'un jeu de fonctions (par exemple "multiplier par 2" et "retrancher 7"). Ce sont ici les propriétés arithmétiques des fonctions, et la propriété archimédienne de \mathbb{R} qui sous-tendent l'activité (qui peut néanmoins demeurer empirique).

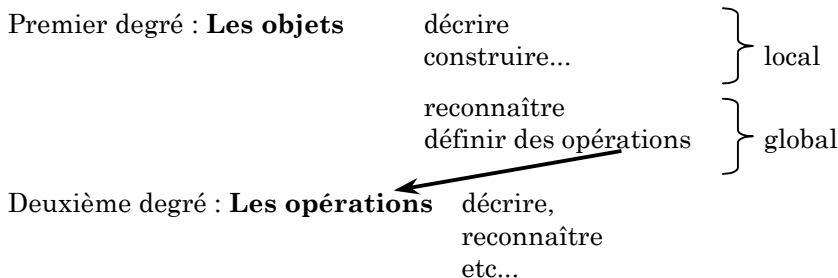
[4] Logiciel " Math-6° " Nathan, 1987.
François BOULE

Une vertu des simulations – c'est bien de simulation qu'il s'agit – est précisément que leur pratique peut conduire d'un fonctionnement *implicite* de son modèle à *l'intuition* de celui-ci, sans passer à coup sûr par une explicitation.

Géométrie

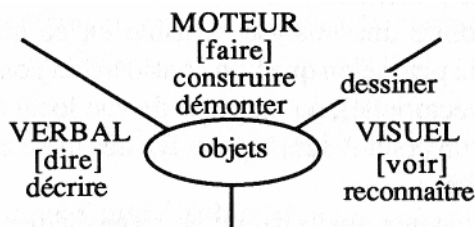
Il peut sembler étrange que l'informatique, s'intéressant à la géométrie y choisisse le plus souvent les aspects *globaux* comme les transformations du plan. A moins que les logiciels ne reflètent le goût de leurs auteurs pour la géométrie algébrique, cette préférence est paradoxale puisque la programmation favorise au contraire la **linéarisation** des objets (un objet LOGO est une *description* de tracé).

La géométrie élémentaire à l'école pourrait être décrite selon deux degrés et selon deux points de vues :



On voit que les opérations (les déplacements et anti-déplacements par exemple, mais aussi les constructions par instruments) deviennent de "nouveaux objets" sur lesquels s'exercent observations et actions, d'abord empiriquement (frises, pliages, puzzles, papiers-peints etc.) puis de façon un peu plus systématique (au CM).

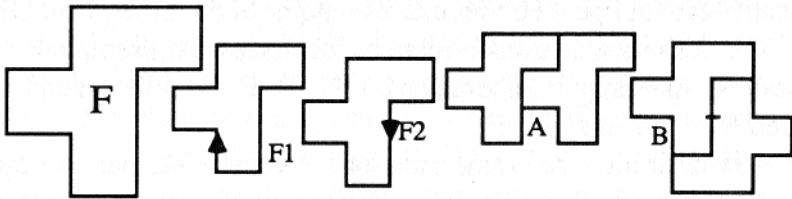
Ces objets eux-mêmes sont inscrits dans plusieurs champs de référence :



Ces différents champs doivent interférer tout au long de l'école : c'est la diversité d'approches et de points de vue qui fonde l'expérience géométrique. On voit par là ce qui explique l'intérêt, que l'on a d'abord pu trouver paradoxal, de l'informatique pédagogique pour les transformations géométriques : faute de permettre une manipulation matérielle des objets c'est, au second degré, une manipulation des *opérations* qui devient possible. L'aspect "verbal" peut être identifié à la programmation de figures (qui en constitue une description linéarisée).

C'est pourquoi il est nécessaire de revenir sur l'aspect **local / global** déjà évoqué jadis [3] [6]

Supposons par exemple qu'il s'agisse d'examiner la capacité de [F] à paver le plan ; il est clair que la description de [F] en LOGO est un masque puisqu'elle suppose par avance le choix d'un départ, d'un parcours et d'une arrivée. L'intervention de ces éléments masque la perception globale de la figure et hypothèque son traitement :



La reconnaissance globale de la figure [F] est indépendante de toute description linéaire. S'il s'agit d'examiner une frise comme [A], les point de départ et d'arrivée sont relativement arbitraires (F1 convient).

Par contre, si l'on veut créer le "macro-motif" [B], une description comme F2 semble préférable.

On peut conduire une analyse voisine en ce qui concerne les transformations du plan selon que l'on considère un point de vue global (transformation vectorielle), ou un point de vue local (transformation affine appliquant un point A sur un point B). Les logiciels proposent en fait trois possibilités :

- transformation *ponctuelle* par rapport à un élément *défini* (c'est le cas de SYMETRIE, de MATH-6^e, NATHAN),

[3] F.Boule : *L'informatique, l'enfant, l'école*, A.Colin 1988.

[6] Dionnet & al. : *Représentation et contrôle global-local du mouvement chez l'enfant dans la programmation Logo*, Rev. Frse. Péda. Sept 19 85.

- transformation *globale* par rapport à un axe *défini* : c'est le cas de CADRE de Colorpeint,
- transformation *globale vectorielle* (image au centre de l'écran) ; c'est le cas des fonctions Miroirs de MacDraw, par exemple.

Le premier cas privilégie une construction manuelle, l'aspect local, la linéarisation ; le troisième l'aspect global (algébrique) ; le second est hybride.

On sait que les *primitives* Logo privilégient l'aspect local. Mais si le but que l'on se propose est d'examiner la composition des symétries, rotations etc., la "pavabilité" d'une figure, ce sont des fonctions globales qu'il convient de créer, et sans se limiter aux axes verticaux/ horizontaux, dont on sait qu'ils correspondent à des percepteurs particuliers de l'espace. Parmi ces fonctions il est nécessaire de considérer :

- **l'activation** d'une figure (indépendamment de départ/arrivée) et sa duplication, cf. globalisation dans MacDraw. Soit 'F' une figure identifiable (qui peut être réduite à un point M ou un segment D).

- la définition de transformations **localisées**, par exemple la symétrie de 'F' (par rapport à une droite D) $S_1 : D : F$ ou celle qui transforme M en N $S_2 : M : N : F$

- la définition de transformations **délocalisées**, par exemple la rotation de $+X^\circ$ $RO : X : F$ (L'image de 'F' pouvant être ensuite déplacée par translation).

La désignation d'une figure 'F' pose problème : la désignation formelle (par une lettre, comme dans EUCLIDE) n'est sans doute pas la meilleure pour l'école élémentaire ; le pointage avec la souris est certainement préférable, mais le crayon optique est loin d'offrir une semblable commodité.

NOUVEAUX OUTILS, NOUVEAUX CONCEPTS

Activités numériques / Tableur

Il est nécessaire de distinguer comme ci-dessus ' (pour paramètres, variables...) des représentations différentes quant à leur fonctionnement :

- le rôle de Ω dans l'énoncé (interrogatif) " $355 + \Omega = 721$ "
- l'utilisation d'une formule : "remplacer U par 2 et V par 3 dans $3U^2V$ "

- la production d'un calcul : "additionner 7 , multiplier par 3, puis diviser par 2"

Il existe des situations singulières, comme la première ; certaines de ces situations peuvent conduire à une généralisation. Ainsi $3 + \diamond = 15$, $5 + \diamond = 17$, $7 + \diamond = 19$... suggère l'idée de deux séries impaires, dont l'écart est **+12**. Le schéma de ces égalités serait alors : $U + 12 = V$ (ou même : $2p+1 + 12 = 2q+1$). Ceci mène à l'utilisation de *formules*. Mais une formule est un état de représentation, et non un processus. Par contre la disposition d'une "machine à calculer" générale (c'est à dire d'algorithmes de calculs) peut être concrétisée en calculs particuliers : l'opérateur **+12**, appliqué à 12, produit 24. Et l'on ne peut manquer d'évoquer, comme ci-dessus la distinction entre variable et paramètre ; ainsi en admettant que le calcul du prix d'une course en taxi obéisse à une formule comme : $A = \mathbf{a} P + \mathbf{b}$ pour P dans $[P_1, P_2]$ (a et b sont des *paramètres* et P une *variable*) l'accès à un schéma de ce type peut prendre des chemins variés, et s'étaler sur plusieurs années. Par exemple un accès empirique en fournissant une liste de plusieurs situations ; ou bien une procédure de calcul fournissant le résultat.

Une représentation de ce type serait beaucoup moins simple pour l'affranchissement postal : la présentation classique en tableau, ou un graphique sont bien plus faciles à déchiffrer. On peut recourir aussi à une procédure préparée à l'avance qui en serait la simulation, et à partir de laquelle on dresserait le tableau ou le graphique.

De la même façon, le tableur est à la fois un concept et un outil. Et l'on ne peut confondre le concept avec telle ou telle de ses réalisations. Le concept consiste à combiner des fonctions composées qui opèrent sur des contenus de "boîtes". Fournir un tableur complet, ou un jeu de macro-procédures équivalent suppose que le concept de fonction est acquis, c'est à dire le problème résolu. Par contre, peut-être peut-on considérer des "calculs en série" selon des formes simples comme celles-ci

A	B	C	D	E	F	G

Les "cellules" A, B, C, sont soit des "boîtes" vides, soit définies à partir de deux prédécesseurs : $D = A+B$ $E = C / D$ etc.

Cette définition est une autre façon d'aborder implicitement l'écriture algébrique sans être encombré de parenthèses ; elle permet en

autre de confondre variable et paramètre, éventuellement d'insister sur certaines propriétés opératoires (distributivité...). Ensuite, l'attribution de valeurs à des cellules entraîne la production de calculs en chaîne (dans l'ordre direct ou - si possible- dans un autre : l'attribution de A et D entraîne le calcul de B, puis l'attribution de E celle de C etc.).

La difficulté propre aux formules et aux écritures algébriques, outre l'emploi des lettres est celle-ci : elles se présentent en bloc, mais recèlent une construction hiérarchisée. Exemple : $1 + (2(a+1) - ab)(b+1)$ est-elle multiplicative ou additive ?

$$(a+1) \rightarrow \left. \begin{array}{l} 2(a+1) \\ ab \end{array} \right\} (2(a+1) - ab) \left. \begin{array}{l} \\ (b+1) \end{array} \right\} (2(a+1) - ab)(b+1) \left. \begin{array}{l} \\ \\ 1 \end{array} \right\} 1 + \dots$$

Un mini-tableur tel que ci-dessus simule cette hiérarchisation et peut en faciliter la compréhension, en fournissant un outil pratique de manipulation.

Résolution de problème

C'est apparemment l'aspect – essentiel cependant – des mathématiques pour lequel l'informatique ne semble pas apporter grand-chose à titre d'outil, ni même quoiqu'on dise en tant qu'objet. La formulation excessivement générale consistant à dire que la rédaction rationnelle d'un programme est une résolution de problème apporte peu puisqu'il ne semble pas exister de méthode identifiable à ce degré de généralité.

Par contre, il se pourrait que l'informatique fournisse des moyens d'observer ce qui se produit lorsque l'on résout des problèmes, donc d'isoler des paramètres significatifs et d'analyser leur influence. On n'envisage ici que le cas restreint d'énoncés écrits (verbaux ou imagés). Exemple :

- quelle est l'influence sur la résolution d'une transformation de l'énoncé portant sur le champ sémantique ?

- quelle est l'influence d'une transformation numérique ("petits" ou "grands" nombres...) ?

- quelle est l'influence de l'ordre des données, et de la position des questions ?

- quelle est l'influence (interférence) d'une juxtaposition d'énoncés ou d'informations (on propose un autre énoncé, sans préciser sa parenté, ou un schéma muet etc.) ?

Plusieurs observations tiendront ici lieu de conclusion

Les propos ci-dessus mentionnent plus de questions qu'ils ne prétendent en résoudre ; mais ce constat n'est pas entièrement négatif les choses sont moins souvent éclaircies par des réponses que par le déplacement ou la multiplication des questions. La question centrale du rôle, de la place des mathématiques dans l'enseignement est évidemment à l'ordre du jour, jusque dans l'opinion publique. L'irruption de l'informatique dans la pratique mathématique, mais bien plus encore dans la vie de chacun, à partir de 1980, y est pour beaucoup. Cette irruption a suscité dans l'école des espoirs, des enthousiasmes, des mouvements d'une vivacité jusque là inconnue, et livrés à des pressions si diverses et si fortes que toute réflexion à long terme en quelque lieu que ce soit s'est trouvée empêchée ou biaisée. Il en est résulté, il en résulte encore un "pilotage à vue", c'est à dire au gré du moindre vent. Force est également de constater que, malheureusement, l'invention pédagogique en mathématique, après l'explosion des années 70 (quoiqu'on puisse penser de certaines dérives) marque un pas d'autant plus affligeant que l'innovation semble passer maintenant par d'autres chemins (notamment par l'informatique), et sans guère la faire réagir : en matière d' "informatique pédagogique" pour les mathématiques les logiciels sont sans doute nombreux depuis dix ans, mais les idées plutôt rares. Ce qui rend d'autant plus nécessaire la réflexion de fond que cet article espère avoir esquissée.

François Boule,
E.N. Auteuil,
Juin 1989

Membre du bureau national de l'E.P.I.