MATHÉMATIQUES ET OUTILS INFORMATIQUES AU CM2

Anne-Marie KMETY

INTRODUCTION

Susciter le recours aux outils informatiques, utiliser le langage LOGO dans le domaine numérique, faire comprendre l'intérêt du travail collectif mais aussi permettre à chaque élève d'avoir une sensation de production et de réussite, condition favorable au développement d'une attitude active, de la curiosité, de la persévérance des élèves tels sont les objectifs des activités présentées.

Elles mettent en jeu des algorithmes simples, n'induisant pas ainsi, un échec complet par manque de connaissances ou difficulté à les coordonner; elles apparaîtront comme gratuite et quasi-ludique ceci afin de ne pas provoquer une attitude normée. Enfin, elles permettent d'utiliser, sans en faire cependant une étude systématique, certaines notions mathématiques rencontrées au collège.

LES THÈMES D'ÉTUDE

Nous avons choisi deux thèmes de travail :

D'une part, la découverte des premiers nombres d'Armstrong, nombres égaux à la somme des cubes de leurs chiffres.

Par exemple, $153 = 1^3 + 5^3 + 3^3$, 153 est donc un nombre d'Armstrong.

D'autre part, travailler sur les nombres palindromes. Un nombre palindrome est "un nombre qui reste le même qu'on le lise" de gauche à droite ou de droite à gauche. Par exemple 121 est un nombre palindrome, 327 n'est pas un nombre palindrome.

1re SÉANCE

Le maître ayant défini les nombres palindromes, les élèves en recherchent quelques uns puis se posent diverses questions en particulier sur les opérations dans l'ensemble des nombres palindromes, en particulier "la somme de deux palindromes est elle un palindrome ?" Après production de divers exemples et contre-exemples, un élève propose l'activité suivante : "On pourrait essayer de retourner le nombre et l'ajouter 1069 + 9601= 10670, ce n'est pas un palindrome et on peut essayer de le faire devenir un palindrome :

10670 + 07601 = 18271, ce n'est pas un palindrome".

Le maître propose alors à .la classe de réfléchir au problème posé. L'exemple suivant est exhibé :

258 + 852 = 1110 ce n'est pas un palindrome,

1110 + 0111 = 1221, c'est un palindrome, les questions suivantes posées :

"au bout de combien d'additions obtient-on un nombre palindrome?"

"Quand on commence, est-ce qu'on va finir ?"

UNE PARENTHÈSE

Ouvrons donc une parenthèse.

Considérons un nombre entier quelconque. S'il n'est pas un palindrome, 76 par exemple ,"renversons l'ordre" de ses chiffres et additionnons ces deux nombres, 76 + 67 = 143; puis, si la somme n'est pas un palindrome, on "renverse l'ordre" des chiffres de la somme et on ajoute le nombre obtenu à la somme et on poursuit ce processus jusqu'à obtenir un palindrome, 143+341 = 484.

La conjecture palindrome dit qu'à partir d'un nombre entier quelconque, on obtient un nombre palindrome en un nombre fini de pas.

A ma connaissance, la véracité ou la fausseté de cette conjecture n'a pas encore été démontré en base dix; le plus petit nombre posant problème est 196 : après plusieurs milliers de pas on n'obtient pas de palindromes.

Précisons que, bien que ce problème intéressant des mathématiciens professionnels, il n'est certainement pas dans nos intentions de les préparer à en devenir dès le CM2 ; mais, ces activités ont plus simplement pour but "l'utilisation de l'informatique, à propos de la résolution d'un problème numérique", "développer l'aptitude des élèves à prouver ce qu'ils avancent" conformément aux programmes et instructions de 1985.

Revenons maintenant au déroulement de la 1re séance.

1re SÉANCE-SUITE

Rapidement un travail collectif est recherché, les élèves comprenant qu'une conjonction d'efforts organisée sera plus productive qu'une juxtaposition de travaux individuels. Le travail est réparti entre les élèves, les résultats regroupés au tableau, les élèves travaillent par deux (un vérificateur). Les calculs à la main amènent souvent des erreurs. Pourquoi ne pas utiliser l'ordinateur ?

2ème SÉANCE

Les élèves groupés par 2 ou 3 recherchent un programme permettant de renverser l'ordre des chiffres d'un nombre; aucun groupe n'y parvient, le programme est d'ailleurs hors de portée des élèves de CM2 et très rapidement, le maître va donc distribuer une feuille polycopiée comprenant quinze procédures dont celle recherchée nommée "ALBATOR".

Les élèves doivent indiquer sur leur feuille l'utilité de chacune des procédures, seulement ensuite ils testeront les procédures sur ordinateur.

Cette séance demande aux élèves attention et concentration, elle permet également à certains un peu timides face aux machines de prendre de l'assurance et d'aborder avec plus de confiance les séances suivantes.

3ème SÉANCE

Le programme de recherche est mis au point par les élèves :

- POUR RECHERCHE :X
- ECRIS ALBATOR :X
- RENDS SOMME :X ALBATOR :X
- FIN

Les élèves s'auto-réorganisent et décident de faire des recherches sur ordinateur pour des nombres compris entre 0 et 1000.

Pour les nombres entiers de plus de sept chiffres l'ordinateur utilise la notation exponentielle et le programme mis ou point par les élèves n'est plus opérationnel 12345678 devenant 1,234567E7 qui à l'inversion donnera 7E7654321.

Cependant, cette rencontre avec la notation exponentielle dans une situation non artificielle va déclencher la curiosité des élèves; l'écriture exponentielle pourrait devenir le thème d'une activité au cours de laquelle par essais successifs sur la machine les élèves découvriraient les règles de fonctionnement de cette écriture.

4ème SÉANCE

Aucun programme suffisamment simple ne permettant d'aller plus avant dans les calculs non terminés, le maître suggère l'utilisation de la calculette. Les élèves vont alors découvrir comment réaliser une addition sur une calculette avec des nombres dont l'écriture dépasse la capacité de la machine. Les résultats sont regroupés puis affichés, les recherches interrompues pour 89, 196, 376, 295...

A lieu ensuite une discussion dans la classe sur les possibilités de calcul des ordinateurs et calculette et sur leurs avantages respectifs.

5ème SÉANCE - 6ème SÉANCE

Recherche des nombres d'Armstrong compris entre 0 et 999. (qui sont : 0, 1, 153, 370, 371, 407).

Mise au point par les élèves des programmes suivants :

- POUR CUBE :X
- RENDS PROD PROD :X :X :X
- FIN
- POUR ARMSTRONG :A :8 :C
- RENDS SOMME SOMME CUBE :A CUBE B CUBE :C
- FIN

(des programmes analogues sont mis au point pour les nombres de deux chiffres)

Le résultats sont regroupés.

7ème SÉANCE

Si à partir d'un nombre donné, on obtient par le processus décrit dans la 1re séance un nombre palindrome en un nombre fini de pas, on dira que le nombre donné est un "stop-nombre".

Par exemple, 68 est un stop-nombre : 68 + 86 = 154

154 +451 = 605

605 + 506=1111 , en trois "pas" °on obtient un palindrome.

Sont remis au tableau définitions et exemples des nombres d'Armstrong, nombres palindromes et stop-nombres, sont également affichés les résultats obtenus lors des recherches de séances précédentes.

En précisant qu'il ne s'agit pas d'une évaluation, on demande une réponse individuelle et écrite à chacune des questions suivantes :

- a) combien penses-tu qu'il y ait de nombres d'Armstrong entre 0 et 254 ? pourquoi ?
- b) 196 est-il un stop-nombre ?
- c) combien penses-tu faire d'additions pour savoir si 196 est un stop nombre ?

Les réponses à ces questions appellent les remarques suivantes

- rares sont les élèves qui envisagent une réponse autre que "oui" ou "non" à la question b) d'où l'intérêt de confronter tous les élèves de CM à des situations amenant à des réponses non standards.
- la preuve de la réponse à la question a- se réduisait à une énumération. Or ce modèle primitif de preuve qu'est l'énumération n'a pas été mis en oeuvre par l'ensemble de la classe; si de telles démarches de preuve ne sont pas intégrées à temps, comment espérer commencer au collège une initiation à la démonstration ?

Le maître va donc animer un bilan global avec pour objectif de développer chez les élèves leur aptitude à ressentir la nécessité de prouver ce qu'ils avancent.

Les activités décrites ont été mises en oeuvre dans un CM2 de PARIS 17ème.

Anne-Marie KMETY